

این نمونه سوال حل شده، توسط تیم آموزشی "ریاضی با هم" آماده شده، امیدوارم
بتونه بهتون کمک کنه که برای امتحان پایان ترم آماده بشید 😊

برای دریافت جزوه‌های رایگان "ریاضی با هم" دو راه وجود داره:
۱. عضویت در کانال تلگرام "ریاضی با هم" به آدرس:

@RiaziBaHam

۲. مراجعه به سایت "ریاضی با هم" به آدرس:

www.riazibaham.ir

نمونه سوال حل شده ترم اول
پایه دهم، رشته انسانی

1.

حاصل عبارات زیر با استفاده از اتحادها بیابید.

$$(4a - 2b)^3 \text{ (الف)}$$

جمله اول به توان ۳

$$(4a)^3 = 64a^3$$

سه برابر جمله اول به توان ۲ ضرب در جمله دوم

$$3 \times (4a)^2 \times (2b) = 96a^2b$$

سه برابر جمله اول ضرب در جمله دوم به توان ۲

$$3 \times (4a) \times (2b)^2 = 48ab^2$$

جمله دوم به توان ۳

$$(2b)^3 = 8b^3$$

چون علامت بین جمله ها منفی هست یک در میون منفی میذاریم

$$64a^3 - 96a^2b + 48ab^2 - 8b^3$$

ب) $(102)^2$

یه پرانتز داریم که به توان ۲ رسیده پس اتحاد مربع مجموع یا مربع تفاضل رو داریم

دو عدد پیدا می کنیم که جمع یا تفریقش بشه ۱۰۲ و به راحتی به توان ۲ برسیم:

$$(102)^2 = (100 + 2)^2 =$$

این اتحاد جوابش چی میشه؟ اولی به توان ۲ + دومی به توان ۲ + دو برابر اولی در دومی

$$(102)^2 = (100 + 2)^2 = 100^2 + 2^2 + 2 \times (100 \times 2)$$

$$= 10000 + 4 + 400 = 10404$$

2.

با استفاده از اتحادها، عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

الف) $8 - t^6$

این اتحاد پاق و لاغر است چون دو جمله داریم که به توان ۳ رسیده اند

دو پرانتز باز می کنیم. در پرانتز اول دنبال این اعداد می گردیم

چه عددی بوده که به توان ۳ رسیده و شده ۸؟ عدد ۲
 چه عبارتی بوده که به توان ۳ رسیده و شده t^6 ؟ عبارت t^2 بوده

پس پرانتز اول همیشه $(2 - t^2)$

حالا با کمک پرانتز اول پرانتز دوم رو می نویسیم..

اولی به توان ۲ پس همیشه $2^2 = 4$

دومی به توان ۲ پس همیشه $(t^2)^2 = t^4$

ضرب اولی در دومی.. پس همیشه $2 \times t^2 = 2t^2$

خب پس همیشه

$$(2 - t^2)(4 + t^4 + 2t^2)$$

ب) $4x^2 + 14x + 12$

این اتحاد جمله مشترک، چون سه جمله داره که یکی از اونها توان ۲ داره

دوتا پرانتز می نویسیم.. و جملات زیر رو پیدا می کنیم

جمله مشترک: $4x^2$

یعنی چه عبارتی داشتیم که به توان ۲ رسیده و شده $4x^2$ ؟ $2x$

پس اینو داخل هر پرانتز می نویسیم

$$(2x \quad)(2x \quad)$$

ضریب x رو پیدا می کنیم.. ۱۴

اما باید ابتدا بر جمله مشترک یعنی ۲ تقسیم کنیم. پس میشه ۷ (هرگاه x^2 ضریب داشته باشد باید این کار رو انجام بدیم)

عدد ثابت ۱۲

دو عدد پیدا می‌کنیم که ضربش بشه ۱۲ و جمعش بشه ۷

این دو عدد ۳ و ۴ هستند

$$(2x + 3)(2x + 4)$$

3.

عبارت جبری زیر را به ساده‌ترین عبارت‌ها تجزیه کنید.

$$12x^6(x^2 + 5)^3 - 10x^4(x^2 + 5)^4$$

هر دو عبارت چه جمله‌های مشترکی دارند؟

۱۰ و ۱۲، ۲ مشترک هستند چون بر ۲ بخش‌پذیر هستند...

بین x^4 و x^6 جمله‌ای که توان کمتری داره انتخاب می‌کنیم

بین $(x^2 + 5)^3$ و $(x^2 + 5)^4$ جمله‌ای که توان کمتری داره انتخاب می‌کنیم

پس جملات مشترک ما میشن

$$12x^6(x^2 + 5)^3 - 10x^4(x^2 + 5)^4 = 2x^4(x^2 + 5)^3(\quad)$$

حالا باید عبارت اصلی رو تقسیم بر $2x^4(x^2 + 5)^3$ کنیم

که میشه

$$\begin{aligned}
& 12x^6(x^2 + 5)^3 - 10x^4(x^2 + 5)^4 \\
& = 2x^4(x^2 + 5)^3(6x^2 - 5(x^2 + 5)) \\
& = 2x^4(x^2 + 5)^3(6x^2 - 5x^2 - 25) \\
& = 2x^4(x^2 + 5)^3(x^2 - 25)
\end{aligned}$$

که عبارت $(x^2 - 25)$ به اتحاد مزدوج هست.. پس همیشه

دو عبارت پیدا می‌کنیم که به توان ۲ رسیدن و تبدیل به x^2 و 25 شدن

این دو عبارت x و 5 هستند.. دو پرانتز باز می‌کنیم این دو عبارت رو می‌نویسیم یکی با علامت + و دیگری -

$$\begin{aligned}
x^2 - 25 &= (x - 5)(x + 5) \\
&= 2x^4(x^2 + 5)^3(x^2 - 25) = 2x^4(x^2 + 5)^3(x - 5)(x + 5)
\end{aligned}$$

4.

الف) دامنه‌ی عبارت گویای زیر را تعیین کنید.

$$\frac{5}{x^2 + x}$$

دامنه یعنی مخرج رو مساوی ۰ قرار بدیم

$$x^2 - x = 0$$

با کمک فاکتورگیری تجزیه می‌کنیم

هر دو عبارت x دارند از x فاکتور می‌گیریم

$$x^2 - x = x(x - 1) = 0$$

پس هر کدوم را مساوی صفر قرار میدیم

$$(x - 1) = 0 \quad x = 1$$

$$x = 0$$

یعنی همه اعداد بجز ۰ و ۱ میتوانند به جای x قرار بگیرند.

ب) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$$

صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم

صورت کسر اول

$$x^2 - 9$$

اتحاد مزدوج است.. دو عبارت پیدا می‌کنیم که به توان ۲ رسیدن و تبدیل به x^2 و

۹ شدن..

این دو عبارت x و ۳ هستند.. دو پرانتز باز می‌کنیم این دو عبارت رو می‌نویسیم یکی

با علامت + و دیگری -

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

مخرج کسر اول

$$x^2 - 4$$

اتحاد مزدوج.. دو عبارت پیدا می‌کنیم که به توان ۲ رسیدن و تبدیل به x^2 و

4 شدن..

این دو عبارت x و 2 هستند.. دو پرانتز باز می‌کنیم این دو عبارت رو می‌نویسیم یکی با علامت + و دیگری -

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

صورت کسر دو^۴

$$x^2 - 3x + 2$$

این اتحاد جمله مشترک است چون سه جمله دارد که یکی از آنها توان ۲ دارد

دو تا پرانتز می‌نویسیم.. و جملات زیر رو پیدا می‌کنیم

جمله مشترک: x^2

یعنی چه عبارتی داشتیم که به توان ۲ رسیده و شده x^2 ؟ x

پس اینو داخل هر پرانتز می‌نویسیم

$$(x \quad)(x \quad)$$

ضریب x رو پیدا می‌کنیم.. -۳-

عدد ثابت ۲

دو عدد پیدا می‌کنیم که ضربش بشه ۲ و جمعش بشه -۳-

این دو عدد ۲- و ۱- هستند

$$(x - 2)(x - 1)$$

مخرج کسر دو^۴

$$x^2 - 4x + 3$$

این اتحاد جمله مشترک چون سه جمله دارد که یکی از آنها توان ۲ دارد

دو تا پرانتز می نویسیم.. و جملات زیر رو پیدا می کنیم

جمله مشترک: x^2

یعنی چه عبارتی داشتیم که به توان ۲ رسیده و شده x^2 ؟ x

پس اینو داخل هر پرانتز می نویسیم

$$(x \quad)(x \quad)$$

ضریب x رو پیدا می کنیم.. -۴-

عدد ثابت ۳

دو عدد پیدا می کنیم که ضربش بشه ۳ و جمعش بشه -۴-

این دو عدد -۳ و -۱ هستند

$$(x - 3)(x - 1)$$

حالا تمیزه شده هر اتحاد رو به جاش می نویسیم

$$\frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 2)(x + 2)} \times \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 3)(x - 1)}$$

از صورت و مخرج عبارتهای یکسان رو ساده می کنیم

$$\frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 2)(x + 2)} \times \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 3)(x - 1)}$$

$$\frac{(x - 3)}{(x + 2)}$$

5.

عبارت زیر را به یک معادله تبدیل کنید و آن را حل کنید.
« دو برابر یک سوم عددی منهای چهار، با نصف آن عدد بعلاوه‌ی یک، برابر است. »

عدد رو که نداریم x می‌گیریم...

یک سوم عدد یعنی $\frac{1}{3}x$ دو برابر یعنی

$$2 \times \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{2}{3}x - 4$$

برابر است با نصف عدد به علاوه یک

$$\frac{1}{2}x + 1$$

پس کلاً همیشه

$$\left(\frac{2}{3}x - 4\right) = \frac{1}{2}x + 1$$

طرفین رو در ۶ ضرب می‌کنیم تا مخرجها از بین برن

$$6\left(\frac{2}{3}x - 4\right) = 6\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$$

$$\left(\frac{12}{3}x - 24\right) = \left(\frac{6}{2}x + 6\right)$$

$$(4x - 24) = (3x + 6)$$

$$(4x - 3x) = (24 + 6)$$

$$x = 30$$

6.

معادلات زیر را با روش‌های خواسته شده حل کنید.

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (\text{روش تجزیه}) \quad \text{الف)}$$

این اتحاد جمله مشترک چون سه جمله دارد که یکی از آنها توان ۲ دارد

دو تا پرانتز می‌نویسیم.. و جملات زیر رو پیدا می‌کنیم

جمله مشترک: x^2

یعنی چه عبارتی داشتیم که به توان ۲ رسیده و شده x^2 ؟ x

پس اینو داخل هر پرانتز می‌نویسیم

$$(x \quad)(x \quad)$$

ضریب x رو پیدا می‌کنیم.. -۵-

عدد ثابت ۶

دو عدد پیدا می‌کنیم که ضربش بشه ۶ و جمعش بشه -۵-

این دو عدد -۳ و -۲ هستند

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

فب حاصل ضرب دو پرانتز ۰ شده پس یا اولی صفر میشه یا دومی

$$x - 2 = 0 \quad x = 2$$

$$x - 3 = 0 \quad x = 3$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \quad (\text{مربع کامل})$$

برای مربع کامل باید عدد ثابت رو به طرف دیگه معادله منتقل کنیم

$$x^2 + 6x = -8$$

ضریب x یعنی عدد ۶ رو نصف می‌کنیم..میشه ۳

حالا به توان ۲ می‌رسونیم میشه ۹

عدد ۹ رو به طرفین معادله اضافه می‌کنیم

$$x^2 + 6x + 9 = -8 + 9$$

$$x^2 + 6x + 9 = 1$$

حالا سمت راست یه اتحاد درجه دوم است...یه پرانتز باز می‌کنیم که جمله اول x و

جمله دوم نصف ضریب x است

$$(x + 3)^2 = 1$$

حالا می‌فوایم توان ۲ رو از بین ببریم از طرفین رادیکال می‌گیریم

$$\sqrt{(x + 3)^2} = \sqrt{1} = 1$$

توان ۲ و رادیکال همدیگر رو فتنی می‌کنن..و طرف دیگه + و - می‌گیره

$$x + 3 = 1$$

$$x + 3 = -1$$

$$x = -2$$

$$x = -4$$

$$2x^2 + x - 1 = 0 \quad (\text{روش } \Delta)$$

ضرایب a, b, c رو پیدا کنیم

a ضریب x^2

b ضریب x

c عدد ثابت

$$a = 2, b = 1, c = -1$$

مقدار Δ ، رو بدست میاریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مقدار b رو داریم چنده؟ 1

به توان ۲ می‌رسونیم میشه 1

مقدار $4ac$ رو بدست میاریم میشه

$$4ac = 4 \times 2 \times (-1) = -8$$

حالا جاگذاری می‌کنیم

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - (-8) = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \times 2} =$$

$$x = \frac{-1 + 3}{4} = 2$$

$$x = \frac{-1 - 3}{4} = -1$$

7.

اگر یکی از جواب‌های معادله‌ی $2x^2 - ax + 28 = 0$ ، برابر ۴ باشد،
جواب دیگر معادله را بیابید.

یعنی به جای x مقدار ۴ رو قرار بدیم.. بعد حل کنیم تا a بدست بیاد

$$2x^2 - ax + 28 = 0$$

$$2(4)^2 - a(4) + 28 = 0$$

$$32 - 4a + 28 = 0$$

$$-4a = -60$$

$$a = 15$$

حالا معادله رو کامل می‌کنیم

$$2x^2 - 15x + 28 = 0$$

با کمک Δ حل می‌کنیم

ضرایب a, b, c رو پیدا کنیم

a ضریب x^2

b ضریب x

c عدد ثابت

$$a = 2, b = -15, c = 28$$

مقدار Δ رو بدست میاریم

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مقدار b رو داریم چنده؟ -۱۵-

به توان ۲ می‌رسونیم همیشه ۲۲۵
مقدار $4ac$ رو بدست میاریم همیشه

$$4ac = 4 \times 2 \times (28) = 224$$

حالا جاگذاری می‌کنیم

$$\Delta = b^2 - 4ac = 225 - 224 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{1}}{2 \times 2} =$$

$$x = \frac{15 + 1}{4} = 4$$

$$x = \frac{15 - 1}{4} = \frac{14}{4}$$

پس ریشه دیگری $\frac{14}{4}$ است.

8.

معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x + 3}{x - 2} = \frac{2x - 3}{x + 2}$$

ابتدا همه عبارت‌ها رو به طرف می‌نویسیم که طرف دیگر ۰ بشه

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x + 3}{x - 2} - \frac{2x - 3}{x + 2} = 0$$

فب مفرجها رو تجزیه می‌کنیم

$x^2 - 4$ اتفاد مزدوج هست پس وقتی تجزیه می‌کنیم دو تا پرانتز می‌نویسیم که علامت یکی + و دیگری - هستند.

دو تا عبارتی رو باید پیدا کنیم که به توان ۲، رسیدن و شدن x^2 و ... این دو عبارت x و ۲ هستند

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{x + 3}{x - 2} - \frac{2x - 3}{x + 2} = 0$$

فب حالا بین مفرجها عاملهای مشترک رو پیدا می‌کنیم.. $(x + 2)$ و $(x - 2)$

عامل غیر مشترک هم نداریم.. پس حاصلضرب عاملهای مشترک در غیر مشترک میشه مفرج مشترک ما یعنی $(x - 2)(x + 2)$

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{x + 3}{x - 2} - \frac{2x - 3}{x + 2}$$

$$= \frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{(x + 3)(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{(2x - 3)(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} =$$

کسر اول مفرجش با مفرج مشترک یکسانه پس صورت رو تغییر نمیدیم

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{x + 3}{x - 2} - \frac{2x - 3}{x + 2}$$

$$= \frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{(x + 3)(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{(2x - 3)(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} =$$

کسر دوم مخرجش $x - 2$ هست برای اینکه تبدیل به $(x - 2)(x + 2)$ بشه باید در $(x + 2)$ ضرب بشه

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{(x + 3) \times (x + 2)}{(x - 2) \times (x + 2)} - \frac{2x - 3}{x + 2}$$

$$= \frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{x^2 + 5x + 6}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{2x - 3}{(x - 2)(x + 2)} =$$

کسر سوم مخرجش $x + 2$ هست برای اینکه تبدیل به $(x - 2)(x + 2)$ بشه باید در $(x - 2)$ ضرب بشه:

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{(x + 3)}{(x - 2) \times (x + 2)} - \frac{(2x - 3) \times (x - 2)}{(x + 2) \times (x - 2)}$$

$$= \frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{x^2 + 5x + 6}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{2x^2 - 10x + 6}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$= \frac{11}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{(x + 3)}{(x - 2) \times (x + 2)} - \frac{(2x - 3) \times (x - 2)}{(x + 2) \times (x - 2)}$$

$$= \frac{11 + x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 7x - 6}{(x - 2)(x + 2)} = 0$$

کسری با \cdot برابر میشه که صورتش \cdot باشه

$$11 + x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 7x - 6 = 0$$

$$11 - x^2 + 12x = 0$$

$$x^2 - 12x - 11 = 0$$

با کمک Δ حل می‌کنیم

ضرایب a, b, c رو پیدا کنیم

a ضریب x^2

b ضریب x

c عدد ثابت

$$a = 1 \quad , b = -12 \quad , c = -11$$

مقدار Δ رو بدست میاریم

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مقدار b رو داریم چنده؟ ۱۲

به توان ۲ میرسونیم میشه ۱۴۴

مقدار $4ac$ رو بدست میاریم میشه

$$4ac = 4 \times 1 \times (-11) = -44$$

حالا جاگذاری می‌کنیم

$$\Delta = b^2 - 4ac = 144 - (-44) = 188$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{188}}{2 \times 1}$$

9.

در تساوی زیر مقادیر a و b را بیابید.

$$(2a - b, -2) = (6, a + 2b)$$

دو زوج مرتب مساوی هستند پس باید مولفه های اول با هم برابر باشند، مولفه های دو^م با هم،

$$2a - b = 6$$

$$a + 2b = -2$$

فب دو تا معادله داریم و دو تا مجهول

پس با کمک دستگاه حل معادله جوابها رو بدست می آریم.

یکی از مجهولها باید قرینه دیگری باشه.. معادله اول رو در ۲ ضرب می کنیم تا مجهول b رو بتونیم حذف کنیم

$$4a - 2b = 12$$

$$a + 2b = -2$$

پس با جمع کردن طرفین هر دو معادله نتیجه می گیریم که

$$5a = 10$$

پس

$$a = 2$$

حالا تو یکی از معادله ها به جای a مقدار ۲ قرار می دیم.. پس

$$4(2) - 2b = 12$$

$$8 - 2b = 12$$

$$-2b = 12 - 8$$

$$-2b = 4$$

$$b = -2$$

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال @RiaziBaHam

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات امتحانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.